CONCOURS SPECIAL DES G.E.S. Session de 1976

CALCUL NUMERIQUE

f désigne la fonction définie sur l'ensemble des nombres réels positifs par :

$$f : x \in \mathbb{R}^+ \longmapsto f(x) = x \text{ Arc tg } x.$$

On désigne par F, la fonction : $F(x) = f(x) - 1$

On trouvera à la suite, une table (T) à 5 décimales et au pas 0,05 de la fonction f ; les valeurs f(x) y sont approchées à 5.10^{-6} près. Pour un intervalle considéré, Δ est la différence tabulaire, et, ε est un majorant de l'erreur à craindre quand on calcul f(x) par interpolation linéaire ; dans l'interpolation linéaire pour le calcul de $x = f^{-1}(y)$ on adoptera pour majorant de l'erreur à craindre : $\varepsilon' = 0{,}05\ \frac{\varepsilon}{\Delta}$. Dans les deux cas d'interpolation, on suppose que les opérations arithmétiques sont effectuées avec des erreurs négligeables.

1° - Tracer les graphes des fonctions f et F par rapport à un même repère orthonormé Oxy (unité : 50 millimètres). La courbe d'équation y = f(x) sera notée $(\mathcal{C}_1)$ et celle d'équation y = F(x) sera notée $(\mathcal{C})$.

2° - Calculer $\lambda = f(0{,}07)$ de deux manières :

a) - avec la table (T), donc par interpolation linéaire ; après ce calcul, situer λ dans un intervalle aussi réduit que possible ;

b) - à 5.10^{-6} près, au moyen d'un développement en série entière.

3° - Soit (Γ) l'ensemble des points M dont le couple (x, y) de coordonnées, vérifie l'équation :

$$f(x) - f(y) = 1$$

Construire M connaissant son abscisse x, en utilisant les graphes de f et de F. Tracer la courbe (Γ).

4° - Les courbes $(\mathcal{C})$ et (Γ) se coupent en deux points A et B d'abscisses α et β respectivement ($\alpha < \beta$). Calculer α et β avec la précision permise par la table (T). On donne tg 1 = 1,557 41 à 0,000 005 près.

.../...

(T) TABLE A 5 DECIMALES DE LA FONCTION

$x \longrightarrow x \text{ Arc tg } x$

x	x Arc tg x	$10^5.\Delta$	$10^5.\varepsilon$
		250	65
0,05	0,002 50	747	65
0,10	0,009 97	1236	65
0,15	0,022 33	1715	65
0,20	0,039 48	2176	60
0,25	0,061 24	2620	60
0,30	0,087 44	3040	55
0,35	0,117 84	3436	50
0,40	0,152 20	3808	50
0,45	0,190 28	4154	50
0,50	0,231 82	4474	45
0,55	0,276 56	4769	40
0,60	0,324 25	5039	40
0,65	0,374 64	5287	35
0,70	0,427 51	5512	30
0,75	0,482 63	5716	30
0,80	0,539 79	5903	30
0,85	0,598 82	6071	25
0,90	0,659 53	6225	25
0,95	0,721 78	6362	20
1,00	0,785 40	6487	20
1,05	0,850 27	6601	15
1,10	0,916 28	6703	15
1,15	0,983 31	6796	15
1,20	1,051 27	6880	15
		6880	15
1,25	1,120 07	6956	15
1,30	1,189 63	7025	10
1,35	1,259 88	7089	10
1,40	1,330 77	7145	9
1,45	1,402 22	7197	9
1,50	1,474 19	7245	8
1,55	1,546 64	7288	8
1,60	1,619 52	7327	7
1,65	1,692 79	7363	6
1,70	1,766 42	7397	5
1,75	1,840 39	7427	5
1,80	1,914 66	7454	5
1,85	1,989 20	7480	4
1,90	2,064 00	7504	4
1,95	2,139 04	7526	4
2,00	2,214 30	7545	4
2,05	2,289 75	7564	4
2,10	2,365 39	7581	3
2,15	2,441 20	7597	3
2,20	2,517 17	7612	3
2,25	2,593 29	7625	3
2,30	2,669 54	7638	3
2,35	2,745 92	7649	3
2,40	2,822 41	7661	2

.../...

5° - Calculer (à la règle) le rayon de courbure de la courbe (Γ) au point A

Rappel : $$R = \frac{(1 + y'^2)^{3/2}}{|y''|}$$

6° - L'arc $\overset{\frown}{AB}$ de la courbe (Γ) partage en deux domaines, le rectangle $(\mathcal{R})$, ensemble des points (x, y) tels que :

$$0 \leqslant x \leqslant \beta \qquad \text{et} \qquad 0 \leqslant y \leqslant F(\beta)$$

On veut calculer les aires de ces deux domaines en appliquant la méthode des trapèzes ; c'est dire, que l'on inscrira dans l'arc $\overset{\frown}{AB}$ de (Γ) une ligne polygonale $(\mathcal{P})$ et que l'on prendra pour valeurs approchées des aires cherchées, celles des deux polygones obtenus par le partage de $(\mathcal{R})$ par $(\mathcal{P})$. On a intérêt à choisir une ligne $(\mathcal{P})$ d'un grand nombre de côtés de faibles longueurs, à condition toutefois de savoir calculer avec assez de précision les coordonnées des sommets de cette ligne. Ces coordonnées seront calculées au moyen de la table (T) et on a pu observer que la précision dépend beaucoup des intervalles.

Tenant compte de ces remarques, on demande :

- de présenter un programme de calcul sous forme de tableau à remplir ;
- de calculer les coordonnées des deux sommets voisins de A et celles des deux sommets voisins de B.
- de justifier le choix que l'on a fait.

www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail